Variations d'une fonction (sans utilisation de la dérivée)

Déterminer les variations (sans utilisation de la dérivée) des fonctions

f, g, h et u définies par :

$$f(x) = -2x^2 + 4 \quad \text{sur } \mathbb{R}$$

$$g(x) = 3\sqrt{x} - 2 \quad \text{pour } x \geqslant 0$$

$$h(x) = \frac{1}{-3x+5} \quad \text{pour } x \geqslant 2$$

$$u(x) = \frac{-5}{2x-4} \quad \text{pour } x > 2$$

Aide

Correction de f

1. Une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$ est croissante sur $\mathbb{R}$ si $a > 0$ et décroissante sur $\mathbb{R}$ si $a < 0$.
2. La fonction carrée est décroissante sur]-∞ ; 0] et croissante sur [0 ; +∞[.
3. La fonction racine carrée est croissante sur [0 ; +∞[.
4. Les fonctions u et v avec $v(x) = u(x) + k$ (k réel) ont le même sens de variation sur leur ensemble de définition.
5. Si $k > 0$, la fonction ku a le même sens de variation que u sur leur ensemble de définition.
   Si $k < 0$, la fonction ku a un sens de variation contraire à celui de u sur leur ensemble de définition.
6. Si une fonction u est de signe constant et ne s'annule pas sur un intervalle I alors la fonction $\dfrac{1}{u}$ a un sens de variation contraire à u sur l'intervalle I.

Retour énoncé | Correction f | Correction g | Correction h | Correction u

$$f(x) = -2x^2 + 4 \quad \text{pour } x < 0$$

Sur]-∞ ; 0[,

• la fonction $x \longmapsto x^2$ est décroissante

• la fonction $x \longmapsto -2x^2$ est croissante sur]-∞ ; 0[

(car multiplication par un nombre négatif qui change le sens de variation)

• la fonction $x \longmapsto -2x^2 + 4$ est croissante sur]-∞ ; 0[

(car addition d'un nombre qui ne change pas le sens de variation)

Conclusion : f est croissante sur]-∞ ; 0[

Retour Aide

Variation de g

$$g(x) = 3\sqrt{x} - 2 \quad \text{pour } x \geqslant 0$$

Sur $[0\,;\,+\infty[$,

- la fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ est croissante
- la fonction $x \longmapsto 3\sqrt{x}$ est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

(car multiplication par un nombre positif qui ne change pas le sens de variation)

- la fonction $x \longmapsto 3\sqrt{x} - 2$ est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

(car addition d'un nombre qui ne change pas le sens de variation)

Conclusion : g est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

Retour Aide   Variation de h

Correction : Variation de h

$$h(x) = \frac{1}{-3x+5} \quad \text{pour } x \geqslant 2$$

Sur $[2\,;\,+\infty[$,

• la fonction $x \longmapsto -3x+5$ est décroissante et est négative

(fonction affine avec $a = -3 < 0$ qui s'annule pour $x = \dfrac{5}{3}$)

• la fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{-3x+5}$ est croissante sur $[2\,;\,+\infty[$

(car le passage à l'inverse change le sens de variation)

Conclusion : h est croissante sur $[2\,;\,+\infty[$

Retour Aide   Variation de u

Correction : Variation de u

$$u(x) = \frac{-5}{2x-4} \quad \text{pour } x > 2$$

Sur $[2\,;\,+\infty[$,

• la fonction $x \longmapsto 2x-4$ est croissante et est positive (

(fonction affine avec $a = 2 > 0$ et s'annule pour $x = 2$)

• la fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{2x-4}$ est décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$

(car le passage à l'inverse change le sens de variation)

• la fonction $x \longmapsto \dfrac{-5}{2x-4}$ est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

(car la multiplication par un nombre négatif change le sens de variation)

Conclusion : u est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

Retour Aide